

СИСТЕМНОЕ ИЗУЧЕНИЕ АРИДНЫХ ТЕРРИТОРИЙ

УДК 632.125:910.1:531.3

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ПРОГНОЗ ДЕГРАДАЦИИ
АРИДНЫХ ПОЧВЕННО-РАСТИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

© 2024 г. А.Н. Салугин, К.Н. Кулик

*Федеральный научный центр агроэкологии, комплексных мелиораций
и защитного лесоразведения РАН*

Россия, 400062, г. Волгоград, пр. Университетский, д. 97. E-mail: saluginan@mail.ru

Поступила в редакцию 17.11.2023. После доработки 01.02.2024. Принята к публикации 01.04.2024.

Математическое моделирование рассмотрено как метод изучения динамики пастбищных почвенно-растительных систем засушливых зон России. Эволюционное развитие пастбищных фитоценозов моделировалось с использованием принципов неравновесной термодинамики на основе непрерывных и дискретных математических формализмов. Приведены примеры и обсуждаются проблемы устойчивого развития таких систем в условиях антропогенной нагрузки и изменения климата. Демонстрируются новые методологические возможности математических моделей разных типов: в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений и дискретных – марковских цепей. Прогнозирование протекающих на пастбищах деградационных процессов с помощью этих моделей изучено в сравнительном аспекте. Дифференциальные модели с постоянными и переменными коэффициентами показали различные результаты из-за нелинейности динамики сукцессий. Модель с постоянными коэффициентами уточнялась введением коэффициентов, зависящих от времени. Устойчивость функционирования пастбищных экосистем обсуждается с точки зрения формальной параметрической устойчивости решений системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Дискретное моделирование с применением методики марковских цепей показало, что деградация почвенно-растительных систем при превышении животной нагрузки описывается неоднородным Марковским процессом. Однородные марковские цепи дают адекватные прогнозы на одном временном интервале наблюдений. Прогнозирование финальных состояний в однородном приближении выявило, что наблюдаемая нелинейность динамики фитоценозов вызвана изменением темпов развития, приводящих в итоге к неоднородности цепи Маркова. Обсуждены вопросы моделирования нелинейных процессов в экологии пастбищных почвенно-растительных систем в контексте неоднородных марковских процессов.

Ключевые слова: математическое моделирование, дифференциальные уравнения, устойчивость, почвенно-растительные системы, марковские процессы, нелинейность, прогнозирование.

DOI: 10.24412/1993-3916-2024-3-28-36

EDN: ANZYSB

Сложные по своему строению агроэкосистемы трудно поддаются прямым методам исследования. Для их изучения эффективно используются математические модели. Математическое моделирование в агроэкологии является научно обоснованным методом адекватного описания функционирования почвенно-растительных систем и их прогнозов. Эти модели разделяют на континуальные (непрерывные) и дискретные с использованием аналитических, численных и имитационных способов реализации (Бахвалов, 2003; Викторов, 1985; Виноградов, 1998; Виноградов и др., 1989, 1990, 1993; Виноградов, Шитов, 1994; Гусев, 2009; Кулик, Салугин, 2003, 2017; Кулик и др., 2012; Куст и др., 2020; Логофет, 1999, 2010; Логофет и др., 1997, 2014; Логофет, Денисенко, 1999; Робертс, 1986; Салугин, 2005, 2006, 2007; Салугин, Кулик, 2001; Самарский, 2004). Аналитические модели с применением алгебраических и дифференциальных уравнений позволяют выявлять закономерности поведения почвенно-растительных систем (ПРС). Следует отметить, что моделирование с использованием систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), которые допускают

аналитические решения, осложнено, что приводит, как правило, к упрощению задачи, снижая точность моделирования (Кулик и др., 2012; Логофет, 2010; Самарский, 2004). Дискретные модели описывают поведение экологического объекта на отдельных этапах эволюции (Бахвалов, 2003; Салугин, 2007).

В настоящее время весьма актуальной является проблема устойчивости ПРС пастбищ и их способность к самовосстановлению. Задачи устойчивости ПРС решаются с помощью систем ОДУ с параметрами оптимизации. Модели этого типа использовались ранее авторами этой статьи при изучении динамики сукцессий, протекающих в пастбищных ПРС Черных земель Калмыкии в процессе опустынивания (Виноградов, 1990; Салугин, 2007; Салугин, Кулик, 2001; Кулик, Салугин, 2003, 2017; Кулик и др., 2012). Дискретные модели решают задачи динамики ПРС в точках, разделённых временными интервалами. Подобные задачи решаются статистическим методом в виде марковских цепей (МЦ; Кемени, Снелл, 1970; Робертс, 1986; Logofet, Korotkov, 2002; Jorgensen, Vendoricchio, 2001; Salguero-Gomez, Casper, 2010; Salguero-Gomez, de Kroon, 2010). Марковские модели – это эффективный метод изучения экологии ПРС (Виноградов и др., 1989; Логофет, 2010; Логофет и др., 1999, 2005, 2014; Логофет, Денисенко, 1999; Логофет, Маслов, 2018; Маслов, Логофет, 2020). В настоящей статье результаты дискретного моделирования в виде МЦ сравниваются с результатами непрерывного в виде систем ОДУ.

Материалы и методы

Черные земли – это естественные природные пастбища площадью порядка 3.5 млн. га, расположенные на Юго-Востоке Европейской части России в пределах Прикаспийской низменности (Калмыкия, Астраханская область). В послевоенный период в этом регионе были созданы крупные коллективные овцеводческие хозяйства. Нагрузка на пастбища резко возросла и превысила более чем в 4 раза норму выпаса, что привело к их деградации. Так, в 1960 году на Черных землях поголовье овец составляло 1.8 млн., а к 1985 году – 3.7 млн. Из-за дефляции к 1980-ым годам площадь открытых песков и «скальпированных» поверхностей расширилась до 1.5 млн. га (против 20 тыс. га в 1954 г.) и процесс опустынивания достиг масштабов экологического бедствия.

Определение тренда опустынивания в регионе проводилось на полигоне площадью 100 тыс. га с использованием аэрокосмических снимков 1954-2019 гг. с обязательной полевой верификацией результатов. Данные аэрокосмического мониторинга 1954-2018 гг. служили в наших исследованиях исходным фактическим материалом. При разработке математических моделей, составлении прогнозов и управлении кормовыми ресурсами эти данные стали информационным обеспечением. В моделях учитывались четыре доминирующих типа пастбищ региона: S_1 – несбитые или слабосбитые злаково-прутняково-белопольные, S_2 – умеренно и сильносбитые злаково-белопольные и тырсовые, S_3 – сильносбитые тырсово-эбелековые и сорно-однолетниковые, S_4 – подвижные пески и «скальпированные» поверхности (конечная стадия деградации).

В таблицах 1 и 2 приведены данные мониторинга. Вектор состояний $\mathbf{S} = (S_1, S_2, S_3, S_4)$ в таблице 1 представлен для различных по длительности временных интервалов между наблюдениями. Компоненты вектора равны площадям соответствующих фитоценозов.

Процесс деградации пастбищной ПРС, состоящей из четырех фитоценозов с прямыми (разрушение) и обратными (восстановление) переходами, представлен ориентированным графом (рис. 1а), дуги на котором означают разрушение/восстановление фитоценозов. На рисунке 1б показан рост площади разбитых песков (S_4 , %) тестового участка в виде логистической функции (Виноградов, 1998). На этом рисунке кривая (1) получена с помощью линейной регрессии, а её первая (2) и вторая (3) производные отражают динамику экологического разрушения.

Моделирование с помощью системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Математическая модель вторичных сукцессий была составлена в виде двух вариантов системы ОДУ (1): с постоянными и переменными коэффициентами a_{ij} (Виноградов, 1990; Салугин, 2006, 2007; Кулик и др., 2012):

$$\frac{dS_i}{dt} = \sum a_{ij} S_j + b_i \quad (1),$$

где S_i – площадь, занятая i -м фитоценозом ($i = 1 \dots 4$), a_{ij} – интенсивность переходов между i -м и j -м фитоценозами, b_i – внешние факторы. Система (1) описывает функционирование ПРС и использовалась нами ранее при решении задач устойчивости (Салугин, Кулик, 2001; Салугин, 2006, 2007; Кулик и др., 2012). Решение, полученное в аналитическом замкнутом виде, позволяет

проследить за динамикой ПРС, что весьма существенно в случае ее нелинейного поведения с экстремальными точками. В нашем случае такое поведение наблюдается для второго и третьего типов ПРС: $S_2(t)$ и $S_3(t)$ (рис. 2а). Для определения экстремальных точек использовались кривые скорости интенсивности процессов (рис. 2б).

Таблица 1. Данные аэрокосмического мониторинга экологического состояния (тестовый участок 100 тыс. га) Черных Земель Калмыкии.

Год наблюдения	Площади фитоценозов S_i , %			
	S_1	S_2	S_3	S_4
1954	68.3	27.3	2.9	1.5
1958	50.2	41.9	5.6	2.3
1964	40.4	46.6	7.7	5.3
1970	25.6	52.8	9.2	12.4
1979	13.2	22.6	35.6	28.6
1981	5.1	20.2	41.1	33.6
1984	2.6	8.0	52.3	37.1
1986	2.2	8.1	43.4	46.3
1989	3.5	9.3	27.4	59.8
1992	5.7	10.7	17.0	66.6
1996	6.1	12.0	19.1	62.8
2000	7.0	14.1	24.5	54.4
2005	10.2	17.6	20.4	51.8
2012	11.4	13.3	39.0	36.3
2014	9.3	14.6	40.4	35.7
2015	8.7	14.5	46.2	30.6
2016	8.0	15.0	48.7	28.3
2019	6.3	12.4	50.1	31.2

Марковские цепи. Марковский процесс описывает динамику стохастических связей между фитоценозами ПРС. Их моделирование с помощью МЦ предполагает случайные взаимодействия, которые являются марковскими. Для однородных МЦ это означает, что вероятность появления перехода $i \rightarrow j$ в текущий момент определяется предыдущим. Состояние ПРС описывается вектором предыдущего наблюдения и не зависит от того, каким образом она в него попала. Если ПРС описывается вектором S в дискретные моменты времени, то получается цепь случайных марковских событий.

Наши исследования осуществлялись с использованием однородных МЦ не зависящих от времени моделей марковских процессов. Цепь Маркова считается заданной, если определен вектор состояний $S(0) = (S_{01}, S_{02}, \dots, S_{0n})$ и вероятности возможных переходов между этими состояниями – матрица вероятностей переходов P . Если вершины орграфа (рис. 1а) – возможные состояния (S_i), а дуги – переходные вероятности, то динамику фитоценозов в нашем случае можно представить в виде МЦ (Кемени, Снелл, 1970; Робертс, 1986) с матрицей P :

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ 0 & p_{32} & p_{33} & p_{34} \\ 0 & 0 & p_{43} & p_{44} \end{pmatrix}.$$

Элементы p_{ij} для $i < j$ (расположенные над диагональю) соответствуют разрушению. Восстановление определяется элементами под диагональю ($i > j$). При $i = j$ задается вероятность сохранения i -го состояния (на рисунке 1а они изображены в виде петель p_{ii}).

Таблица 2. Матрицы вероятностей переходов.

Тип матриц	1954-1958 гг.				1958-1964 гг.			
	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4
S1	0.611	0.338	0.051	0.000	0.765	0.225	0.006	0.004
S2	0.311	0.652	0.037	0.000	0.357	6.196	0.081	0.043
S3	0.000	0.241	0.103	0.655	0.000	0.107	0.661	0.232
S4	0.000	0.000	0.657	0.34	0.000	0.000	0.130	0.870
	1979-1981 гг.				1981-1984 гг.			
S1	0.379	0.530	0.000	0.091	0.490	0.314	0.000	0.196
S2	0.004	0.575	0.350	0.071	0.000	0.308	0.637	0.055
S3	0.000	0.006	0.930	0.065	0.000	0.005	0.959	0.036
S4	0.000	0.000	0.003	0.997	0.000	0.000	0.003	0.997
	1964-1970 гг.				1970-1979 гг.			
S1	0.616	0.262	0.087	0.035	0.488	0.242	0.160	0.109
S2	0.015	0.895	0.032	0.058	0.013	0.303	0.561	0.123
S3	0.000	0.065	0.519	0.416	0.000	0.043	0.152	0.804
S4	0.000	0.000	0.038	0.962	0.000	0.000	0.040	0.960
	1984-1986 гг.				1986-1989 гг.			
S1	0.769	0.077	0.000	0.154	0.818	0.045	0.000	0.136
S2	0.025	0.725	0.088	0.163	0.210	0.679	0.025	0.086
S3	0.000	0.000	0.816	0.184	0.000	0.002	0.624	0.373
S4	0.000	0.054	0.003	0.943	0.000	0.000	0.009	0.991

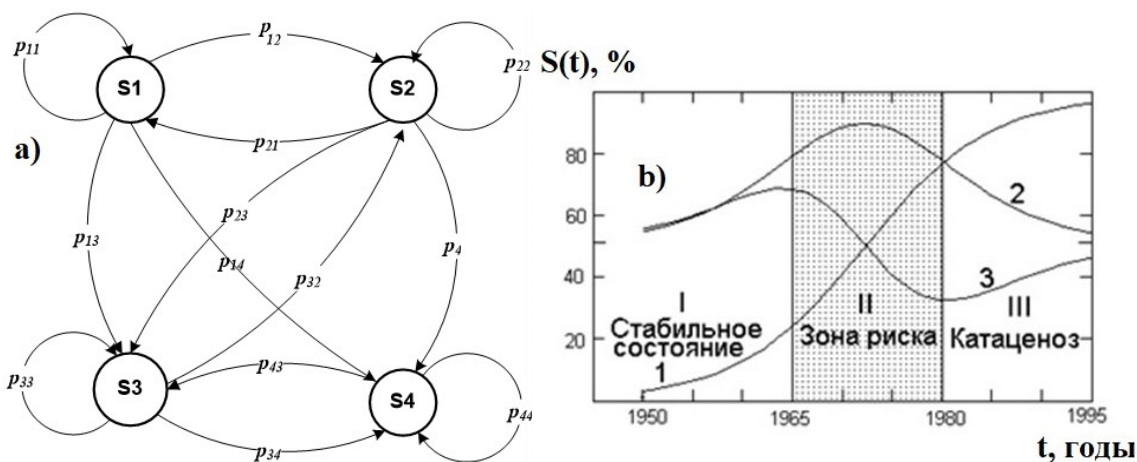


Рис. 1. Схема модели в виде ориентированного графа (а) и уровни деградации ПРС (б; пояснения даны в тексте).

Анализ данных аэрокосмических снимков (табл. 1) и количественная оценка изменения площадей фитоценозов позволяют вычислить матрицы вероятностей переходов (табл. 2). Если предположить, что процессы, протекающие внутри ПРС, не зависят от времени наблюдения, то однородные МЦ через некоторое число шагов t порождают новый вектор состояний $S(t)$, который определяется начальным $S(0)$ и матрицей P , возведенной в степень t :

$$S(t) = P^t \cdot S(0),$$

где t – число шагов (Робертс, 1986; Камени, Снелл, 1970). Длительность прогноза с однородной МЦ ограничена и задается временным интервалом между наблюдениями.

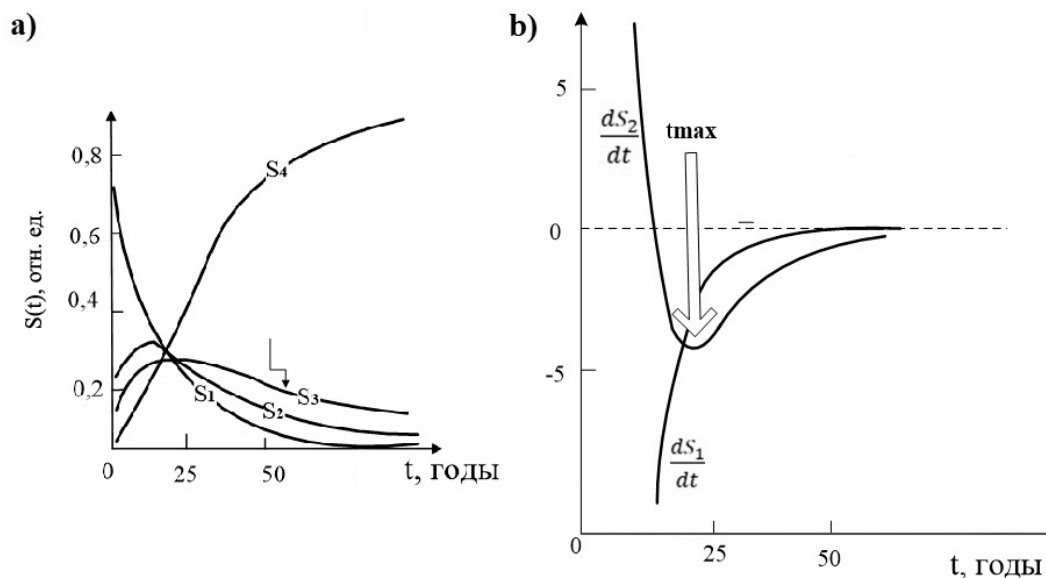


Рис. 2. Результаты моделирования с помощью системы ОДУ (1): а – изменение площадей фитоценозов тестового участка Чёрных земель Калмыкии, б – динамика S_1 и S_2 в виде производных по времени.

Обсуждение

Дифференциальные модели. Моделирование с использованием ОДУ (1) осуществлялось в двух вариантах: с постоянными и переменными коэффициентами a_{ij} . В первом случае были получены явные аналитические решения (Салугин, 2006; рис. 2а). Из рисунка 2б видно, что скорость изменения исходных пастбищ $\frac{dS_1(t)}{dt}$ монотонно возрастает, а $\frac{dS_2(t)}{dt}$ пересекает ось времени. Это означает, что в точке пересечения МЦ динамика изменяется: ускорение процесса до t_{max} заменяется замедлением после t_{max} . Производные по времени выявляют экстремальные точки эволюции ПРС. Полученные данные могут быть использованы при регрессионном анализе наблюдений за пастбищными экосистемами, содержащими четыре типа фитоценозов (Салугин, Кулик, 2001; Кулик, Салугин, 2003, 2017). Промежуточные фитоценозы с экстремумами (рис. 2а) указывают на образование новых фитоценозов, вызванных деградацией (Виноградов, 1998; Салугин, 2006, 2007). Подобные явления встречаются в природе при движении экосистем к точке устойчивости. «Бифуркационный срыв», приводящий к смене фитоценозов, является результатом синергетической самоорганизации (Пригожин, 1985; Светлосанов, 1990; Князева, Курдюмов, 2002; Салугин, 2005).

На рисунке 3 показаны результаты прогнозирования, полученные разными методами: 1 – ОДУ с постоянными коэффициентами, 2 – ОДУ с переменными коэффициентами (Кулик и др., 2012), 3 – логистическая регрессия. Из рисунка видно хорошее совпадение прогнозов, полученных моделированием ОДУ с переменными коэффициентами (Салугин, 2006, 2007). Отклонение прогнозирования методом ОДУ с постоянными коэффициентами свидетельствует о влиянии внешней среды при изменении климата, нарушающей изомерность функционирования экосистемы во времени.

Марковские процессы. Модели МЦ составлялись на основе матриц вероятностей, представленных в таблице 2 (Виноградов, 1998; Салугин, 2006, 2007). Вектор, описывающий изменение фитоценозов ПРС в марковской модели, задается формулой:

$$S(t) = P^t \cdot S(0),$$

где $S(0)$ – исходный вектор, P^t – финальная матрица вероятностей (исходная матрица P из таблицы 2 степени t). После некоторого числа шагов процесс случайных стабилизируется, определяя финальное состояние экосистемы. Для каждого интервала моделирования на одном шаге однородная МЦ приводит к векторам, которые должны совпадать с начальными для следующего интервала наблюдений. Однако этого не происходит из-за нарушения временной однородности процессов при изменении климатических условий или воздействии антропогенных факторов (Робертс, 1986, Молчанов, 1975).

Однородные МЦ способны прогнозировать динамику биоресурсов пастбищ на временной интервал, не превышающий время между наблюдениями. Нелинейное поведение открытых экосистем является в этом случае причиной, ограничивающей использование однородных МЦ в долгосрочном прогнозировании.

Отметим еще раз, что матрица вероятностей переходов однородной МЦ адекватна динамике для одного интервала повторных наблюдений. Если рассматривать соседние повторные наблюдения, то векторы состояний на их границах должны совпадать с векторами модели. Приведем некоторые примеры. Прогнозирование сукцессионной динамики в приближении однородной цепи на один шаг вперед по наблюдениям в 1954-1958 гг. со следующей матрицей (табл. 2):

$$P = \begin{bmatrix} 0,611 & 0,338 & 0,051 & 0,000 \\ 0,311 & 0,652 & 0,037 & 0,000 \\ 0,000 & 0,241 & 0,103 & 0,655 \\ 0,000 & 0,000 & 0,667 & 0,333 \end{bmatrix}$$

и с исходным вектором $S_{54}(0) = (68.3 \ 27.3 \ 2.9 \ 1.5)$ по формуле $S(1) = P \cdot S(0)$, где $S(1)$ – ожидаемый вектор в конце шага (табл. 1). На начало 1958 года получаем прогнозный вектор $S_{54}(1) = (51.11 \ 39.15 \ 11.17 \ 4.09)$. По данным дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), состояние ПРС в 1958 году представлено вектором $S_{58}(0) = (50.2 \ 41.9 \ 5.6 \ 2.3)$; табл. 1). В приближении однородной МЦ векторы $S_{54}(1)$ и $S_{58}(0)$ должны совпадать. Расчеты показали, что такого совпадения нет: все компоненты сравниваемых векторов имеют различные значения. Степень отклонения оценим в виде поэлементной разности компонент векторов и получим вектор ΔS с евклидовой нормой $|\Delta S|_{1954-1958} = 6.299$. Для 1958-1964 гг. получим: $|\Delta S|_{1958-1964} = 8.06$. Максимум ΔS наблюдается для 1981-1984 гг.: $|\Delta S|_{1981-1984} = 31.611$. Такие расхождения означают нарушение однородности Марковских процессов.

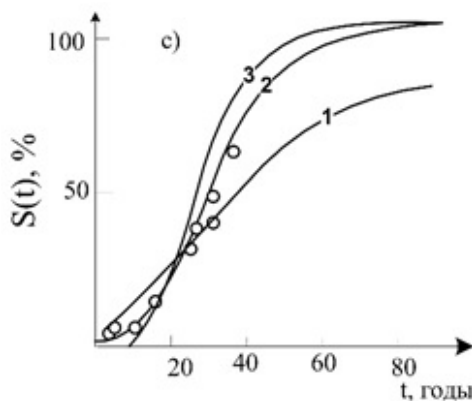


Рис. 3. Прогнозы деградации, полученные различными моделями (пояснения даны в тексте).

На рисунке 4 приведены данные ДЗЗ тестового района Черных земель Калмыкии за период 1954-2019 гг. Прогнозные модели, приведенные выше, достаточно хорошо описывают процесс функционирования пастбищ с 1954 до 1993 годы. Этот период характеризуется активным опустыниванием от превышения нагрузки скота на пастбища. В Прикаспии – центре опустынивания европейской части аридного пояса РФ (Калмыкия, Дагестан, Чечня, восточные районы Ставропольского края и др.), где пастбища занимают 80% сельхозугодий, в результате перевыпаса и распашки в середине 80-х годов XX века, скорость лавинообразного опустынивания достигала свыше 50 тыс. га в год. Правительство вынуждено было ввести в регионе чрезвычайные организационно-мелиоративные меры: вывод скота, фитомелиорацию, обводнение. Было принято постановление «О разработке Генеральной схемы по борьбе с опустыниванием Черноземельских и Кизлярских пастбищ». Начиная с 90-х годов поголовье скота сократилось. Одновременно проводились обширные работы по фитомелиорации в рамках «Генеральной схемы» (Кулик, 2017; Шинкаренко, 2019), и в итоге процесс был приостановлен. Об этом свидетельствуют кривые S_4 на рисунке 4.

Период 1990-2020 гг. не исследовался с помощью моделирования. Данные о сукцессионных переходах в таблице 2 не приведены из-за отсутствия данных о вероятностных переходах.

Применение концепции Марковских процессов для описания динамики ПРС будет продолжено. Сейчас мы располагаем современной и архивной базой ДЗЗ высокого разрешения, которые позволяют количественно описывать тренды пастбищных фитоценозов: оценивать динамику сукцессий и взаимных переходов (расчет матриц за период 1990-2020 гг.).

Моделирование с применением МЦ для исследования процессов деградации и восстановления пастбищных ПРС указывает на возможные приложения полученных результатов к другим биотическим системам, что имеет большое практическое и теоретическое значение.

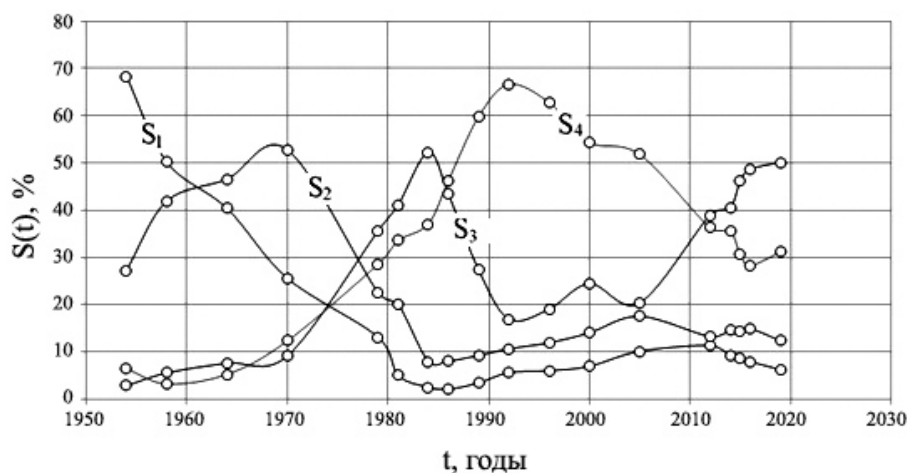


Рис. 4. Аэрокосмические наблюдения за динамикой фитоценозов Черных земель Калмыкии за период 1958-2018 гг.

Вопросы устойчивости пастбищных экосистем. Нами была предпринята попытка выявить условия динамической устойчивости ПРС в контексте формальной математической устойчивости системы ОДУ четвертого порядка, описывающей функционирование ПРС (Петров, 2004; Салугин, 2006, 2007). Характеристический полином системы (1) для периода 1954-1958 гг. имеет четыре различных корня: $\lambda_1 = 0.40$, $\lambda_2 = -0.41$, $\lambda_3 = 2.55$, $\lambda_4 = -2.54$, которые являются «индикаторами» устойчивости. Система (1) будет устойчива, когда все действительные части корней полинома будут отрицательны (Робертс, 1986). В нашем случае два корня (λ_1 и λ_3) положительны, т.е. система нестабильна. Этот результат приводит к тому, что устойчивость ПРС можно исследовать, изучая устойчивость решений системы ОДУ. Для этих целей система (1) записывается в виде:

$$\frac{dy_i}{dt} = \sum \alpha_{ij}^{usc} (1 + \varepsilon_{ij}) y_k + b_i, \text{ где } |\varepsilon_{ij}| \ll 1.$$

Изменение решений при изменении возмущении ε_{ij} отражает устойчивость моделируемой ПРС. Величины ε_{ij} определяют диапазон возможных изменений параметров ОДУ, выводящих ПРС из равновесия. Численные значения параметров α_{ij} , соответствующие устойчивому состоянию, могут быть использованы в управлении пастбищными биоресурсами (Виноградов и др., 1990). Поиск этих значений является одной из задач общей теории устойчивости и решается методом локализации собственных значений матрицы коэффициентов (Свирежев, Логофет, 1978; Светлосанов, 1990; Маркус, 1972; Хорн, Джонсон, 1989; Беллман, 1976). Метод сводится к варьированию элементов матрицы на малую величину и определению «реакции» решений на эти возмущения. В развитие этой концепции можно предположить, что имеется прямая связь между матрицей вероятностей переходов P в молях МЦ с собственными значениями матрицы коэффициентов d_{ij} системы ОДУ.

Выводы

Приведены примеры математических методов моделирования для исследования динамики пастбищных ПРС на основе непрерывного и дискретного формализмов. Установлено, что результаты моделей в виде систем ОДУ адекватно описывают непрерывные процессы в ПРС аридных территорий и схожи с результатами, полученными из дискретных моделей МЦ. Прогнозирование поведения экосистем с помощью аналитической и численной реализации системы ОДУ имеет

принципиально важное значение. Этот подход позволяет изучать динамику деградации фитоценозов, определяя области устойчивости. Решение системы ОДУ с коэффициентами, зависящими от времени, дают более точный прогноз с адекватным описанием нелинейных процессов. Адекватность исследованных моделей определяет применимость их результатов к долгосрочному прогнозированию. Анализ прогнозных моделей показал, что долгосрочный прогноз состояния ПРС на субаридных пастбищах точнее, если его проводить с помощью системы ОДУ с переменными коэффициентами.

Показана эффективность моделирования нелинейной динамики деградации ПРС, которая сопровождается появлением промежуточных стадий. Деградация пастбищных экосистем через промежуточные состояния, по-видимому, является закономерной для других растительных сообществ (Салугин, 2005; Онипченко, 2014). Это обстоятельство имеет важное практическое значение, т.к. развитие экосистем биосферы требует долгосрочных наблюдений.

Рассмотренные математические модели развития ПРС в условиях опустынивания являются основополагающими для сохранения пастбищных биоресурсов и их разнообразия. Исследования динамической экологии Черных земель Калмыкии показали, что динамика деградации адекватно описывается марковским процессом с изменяющимися во времени матрицами вероятностей. На одном временном интервале с помощью однородной МЦ можно изучать причины отклонения наблюдений и делать прогнозы на одном шаге вперед, определяемом временным интервалом между повторными наблюдениями. На практике МЦ можно использовать в управлении кормовыми запасами пастбищных угодий, что является основой успешного решения более общих задач, связанных с природопользованием.

Финансирование. Работа выполнена в рамках госзадания № 122020100450-9 «Разработка новой методологии оптимального управления биоресурсами в агроландшафтах засушливой зоны РФ с использованием системно-динамического моделирования почвенно-гидрологических процессов, комплексной оценки влияния климатических изменений и антропогенных нагрузок на агробиологический потенциал и лесорастительные условия».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бахвалов Н.Г.* 2003. Численные методы. М.: Бином. Лаборатория знаний. 632 с.
- Беллман Р.* 1976. Введение в теорию матриц. М.: Наука. 352 с.
- Викторов С.В.* 1985. Ландшафтная индикация. М.: Наука. 96 с.
- Виноградов Б.В.* 1998. Основы ландшафтной экологии. М.: ГЕОС. 418 с.
- Виноградов Б.В., Кулик К.Н., Салугин А.Н.* 1993. Прогнозирование процессов опустынивания пастбищ Западного Прикаспия на основе аэрокосмической фотоинформации // Лесомелиорация и ландшафт. № 1. С. 67-82.
- Виноградов Б.В., Фролов Д.Е., Попов В.П.* 1989. Опыт моделирования динамики экорегиона с помощью неоднородных цепей Маркова // Доклады АН СССР. Т. 309. № 5. С. 1263-1266.
- Виноградов Б.В., Черкашин А.К., Горнов А.Ю., Кулик К.Н.* 1990. Динамический мониторинг деградации и восстановления пастбищ Чёрных земель Калмыкии // Проблемы освоения пустынь. № 1. С. 10-19.
- Виноградов Б.В., Шитов А.Г.* 1994. Моделирование динамики экосистем южнотаёжной подзоны с помощью цепей Маркова // Лесоведение. № 1. С. 13-21.
- Гусев А.П.* 2009. Особенности начальных стадий восстановительной сукцессии в антропогенном ландшафте (на примере юго-востока Белоруссии) // Экология. № 3. С. 174-179.
- Кемени Д.Д., Снелл Д.Л.* 1970. Конечные цепи Маркова. М.: Наука. 272 с.
- Князева Е.Н., Курдюмов С.П.* 2002. Основания синергетики. Режимы с обострением, самоорганизация, темпомыры. СПб.: Алетейя. 414 с.
- Кулик К.Н., Салугин А.Н.* 2003. Марковские цепи дефляции почвенно-растительного покрова пастбищ Чёрных земель // Доклады РАСХН. № 5. С. 34-37.
- Кулик К.Н., Салугин А.Н.* 2017. Моделирование дефляции аридных пастбищ с помощью марковских цепей // Экосистемы: экология и динамика. № 1(4). С. 5-22.
- Кулик К.Н., Салугин А.Н., Сидорова Е.А.* 2012. Динамическая устойчивость аридных экосистем // Аридные экосистемы. Т. 18. № 2 (51). С. 28-34. [Kulik K.N., Salugin A.N., Sidorova E.A. 2012. Dynamic stability of arid ecosystems // Arid Ecosystems. Vol. 2. No. 2. P. 86-90.]
- Куст Г.С., Андреева О.В., Лобковский В.А.* 2020. Нейтральный баланс деградации земель – современный подход к исследованию засушливых регионов на национальном уровне // Аридные экосистемы. Т. 26. № 2 (83).

- C. 3-9. [Kust G.S., Andreeva O.V., Lobkovskiy V.A. 2020. Land Degradation Neutrality: the Modern Approach to Research on Arid Regions at the National Level // *Arid Ecosystems*. Vol. 10. No. 2. P. 87-92.]
- Логофет Д.О. 1999. Сукцессионная динамика растительности: классические концепции и современные модели // *Экология России на рубеже 21-го века*. М.: Научный мир. С. 70-98.
- Логофет Д.О. 2010. Марковские цепи как модели сукцессии: новые перспективы классической парадигмы // *Лесоведение*. № 2. С. 46-59.
- Логофет Д.О., Голубятников Л.Л., Денисенко Е.А. 1997. Неоднородные марковские модели сукцессии растительности: новые перспективы старой парадигмы // *Известия РАН. Серия биологическая*. № 5. С. 613-623.
- Логофет Д.О., Денисенко Е.А. 1999. Принципы моделирования динамики растительности с учетом изменений климата // *Журнал общей биологии*. № 60. С. 73-85.
- Логофет Д.О., Евстигнеев О.И., Алейников А.А., Морозова А.О. 2014. Сукцессия, вызванная жизнедеятельностью бобра: I. Уроки калибровки простой марковской модели // *Журнал общей биологии*. Т. 75. № 2. С. 95-103.
- Логофет Д.О., Маслов А.А. 2018. Анализ мелкомасштабной динамики двух видов-доминантов в сосняке чернично-бруснично-долгомошном: II. Неоднородная Марковская цепь и осредненные показатели // *Журнал общей биологии*. Т. 79. № 2. С. 135-147.
- Маркус Р., Минк Х. 1972. Обзор по теории матриц и матричных неравенств. М.: Наука. 232 с.
- Маслов А.А., Логофет Д.О. 2020. Совместная динамика популяций черники и брусники в заповедном послепожарном сосняке-зеленомошнике. Модель с осредненными вероятностями перехода // *Журнал общей биологии*. Т. 81. № 4. С. 243-256.
- Молчанов, А.М. 1975. Экология и эргодичность. Имитационное моделирование и экология. М.: Наука. С. 48-50.
- Онищенко В.Г. 2014. Функциональная фитоценология: синэкология растений. М.: Красандр. 576 с.
- Петров Ю.П. 2004. Новые главы теории управления и компьютерных вычислений. СПб.: БХВ-Петербург. 192 с.
- Пригожин И. 1985. От существующего к возникающему. М.: Наука. 327 с.
- Робертс Ф.С. 1986. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. М.: Наука. 496 с.
- Салугин А.Н. 2005. Синергетические аспекты динамики почвенно-растительных аридных экосистем // *Доклады РАСХН*. № 5. С. 60-62.
- Салугин А.Н. 2006. Динамическое моделирование деградационных процессов в агроэкологии. Дисс. ... докт. с.-х. наук. Волгоград: ВНИАЛМИ. 306 с.
- Салугин А.Н. 2007. Динамика и ее прогноз в неравновесных аридных экосистемах // *Экология*. № 4. С. 41-45.
- Салугин А.Н., Кулик К.Н. 2001. Моделирование, прогноз и оптимальное управление в экологии почвенно-растительного покрова Калмыкии // *Аридные экосистемы*. Т. 7. № 14. С. 11-21.
- Самарский А.А. 2004. Математическое моделирование в информационную эпоху // *Вестник РАН*. Т. 74. № 9. С. 781-784.
- Светлосанов В.А. 1990. Устойчивость и стабильность природных экосистем. М.: ВИНТИ. 200 с.
- Свирижев Ю.М., Логофет Д.О. 1978. Устойчивость биологических сообществ. М.: Наука. 352 с.
- Хорн З., Джонсон Ч. 1989. Матричный анализ. М.: Мир. 655 с.
- Шинкаренко С.С. 2019. Пространственно-временная динамика опустынивания на Черных землях // *Современные проблемы ДЗЗ из космоса*. № 16 (6). С. 155-168.
- Jorgensen S.E., Vendericchio G. 2001. *Fundamentals of Ecological Modelling*. Amsterdam: Elsevier. 530 p.
- Logofet D.O., Korotkov V.N. 2002. «Hybrid» Optimisation: A Heuristic Solution to the Markov-chain Calibration Problem // *Ecological Modelling*. Vol. 151. No. 1. P. 51-61.
- Salguero-Gomez R., Casper B.B. 2010. Keeping Plant Shrinkage in the Demographic Loop // *Ecology*. Vol. 98. No. 2. P. 312-323.
- Salguero-Gomez R., de Kroon H. 2010. Matrix Projection Models Meet Variation in the Real World // *Ecology*. Vol. 98. No. 2. P. 250-254.